

Φροντιστήριο 6 – Λύσεις

Άσκηση 1

Θεωρήστε την πιο κάτω ασυμφραστική γραμματική:

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T \times F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid a$$

Να κατασκευάσετε μία παραγωγή και το αντίστοιχο συντακτικό δέντρο για τις πιο κάτω λέξεις:

(α) a (γ) $a + (a \times a)$

(β) $(a + a) + a$ (δ) $((a + a))$

Μπορείτε να κατασκευάσετε παραγωγή για την έκφραση $a + a \times a$;

Λύση

Αριθμούμε τους κανόνες ως εξής:

$$E \rightarrow E + T \quad (1)$$

$$E \rightarrow T \quad (2)$$

$$T \rightarrow T \times F \quad (3)$$

$$T \rightarrow F \quad (4)$$

$$F \rightarrow (E) \quad (5)$$

$$F \rightarrow a \quad (6)$$

(α)

Παραγωγή:

$$E \Rightarrow T \quad \text{Κανόνας (2)}$$

$$\Rightarrow F \quad \text{Κανόνας (4)}$$

$$\Rightarrow a \quad \text{Κανόνας (6)}$$

Συντακτικό Δέντρο:

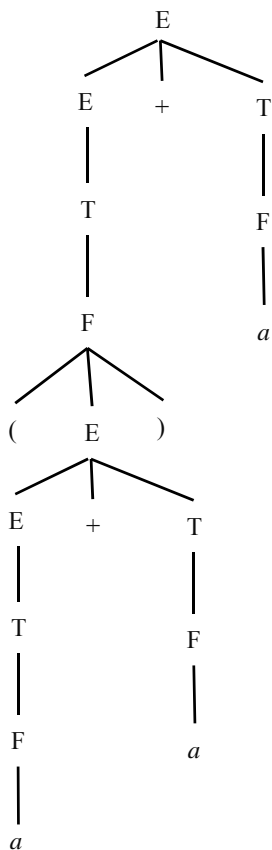
E
|
T
|
F
|
a

(β)

Παραγωγή:

$E \Rightarrow E + T$	Κανόνας (1)
$\Rightarrow T + T$	Κανόνας (2)
$\Rightarrow F + T$	Κανόνας (3)
$\Rightarrow (E) + T$	Κανόνας (5)
$\Rightarrow (E+T) + T$	Κανόνας (1)
$\Rightarrow (T+T) + T$	Κανόνας (2)
$\Rightarrow (F+F) + F$	Κανόνας (4)
$\Rightarrow (a + a) + a$	Κανόνας (6)

Συντακτικό Δέντρο:



(γ)

Παραγωγή:

$E \Rightarrow E + T$	Κανόνας (1)
$\Rightarrow T + T$	Κανόνας (2)
$\Rightarrow F + T$	Κανόνας (4)
$\Rightarrow a + T$	Κανόνας (6)
$\Rightarrow a + (T \times F)$	Κανόνας (3)
$\Rightarrow a + (F \times F)$	Κανόνας (4)
$\Rightarrow a + (a \times a)$	Κανόνας (6)

Το συντακτικό δέντρο παραλείπεται.

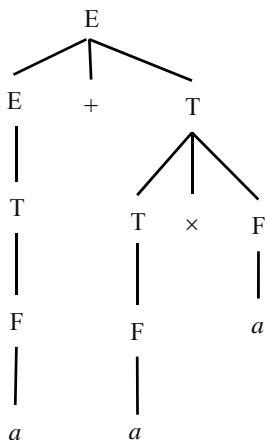
(δ)

Παραγωγή:

$E \Rightarrow T$	Κανόνας (2)
$\Rightarrow F$	Κανόνας (4)
$\Rightarrow ((E))$	Κανόνας (5)
$\Rightarrow ((E + T))$	Κανόνας (1)
$\Rightarrow ((T + T))$	Κανόνας (2)
$\Rightarrow ((F + F))$	Κανόνας (4)
$\Rightarrow ((a + a))$	Κανόνας (6)

Το συντακτικό δέντρο παραλείπεται.

Η λέξη $a + a \times a$ μπορεί να παραχθεί από τη γραμματική και, σε αντίθεση με τη γραμματική στη Διαφάνεια 4-22, η παρούσα γραμματική παράγει την λέξη αυτή μονότροπα. Συγκεκριμένα, η παραγωγή εμφανίζει το πιο κάτω συντακτικό δέντρο.



Άσκηση 2

Σε κάθε σκέλος, να βρείτε μια CFG που να παράγει την αντίστοιχη γλώσσα. Θεωρήστε ότι το αλφάβητο των γλωσσών είναι το $\{0,1\}$.

(α) $\{w \mid \eta \ w \text{ αρχίζει και τελειώνει με το ίδιο σύμβολο}\}$

(β) $\{w \mid \eta \ w \text{ έχει περιττό μήκος}\}$

(γ) $\{w \mid w = w^{rev}, \text{ δηλαδή } \eta \ w \text{ είναι καρκινική}\}$

Λύση

(α) $S \rightarrow 1A1 \mid 0A0 \mid 1 \mid 0$
 $A \rightarrow 1A \mid 0A \mid \epsilon$

(β) $S \rightarrow 1S1 \mid 0S0 \mid 1S0 \mid 0S1 \mid 1 \mid 0$

(γ) $S \rightarrow 1S1 \mid 0S0 \mid 1 \mid 0 \mid \epsilon$

Άσκηση 3

Να μεταγάγετε την πιο κάτω ασυμφραστική γραμματική σε κανονική μορφή Chomsky.

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ASA \mid aB \\ A &\rightarrow B \mid S \\ B &\rightarrow b \mid \epsilon \end{aligned}$$

Λύση

Ξεκινούμε εισάγοντας μια καινούρια αρχική μεταβλητή. Η καινούρια γραμματική είναι η:

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow ASA \mid aB \\ A &\rightarrow B \mid S \\ B &\rightarrow b \mid \epsilon \end{aligned}$$

Απαλείφουμε τον κανόνα $B \rightarrow \epsilon$:

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow ASA \mid aB \mid a \\ A &\rightarrow B \mid S \mid \epsilon \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

Απαλείφουμε τον νεοδημιουργηθέντα κανόνα $A \rightarrow \epsilon$:

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow S \\ S &\rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS \mid S \\ A &\rightarrow B \mid S \\ B &\rightarrow b \end{aligned}$$

Απαλείφουμε τους μοναδιαίους κανόνες:

- Κανόνας $S \rightarrow S$
 $S_0 \rightarrow S$
 $S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $A \rightarrow B \mid S$
 $B \rightarrow b$
- Κανόνας $S_0 \rightarrow S$
 $S_0 \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $A \rightarrow B \mid S$
 $B \rightarrow b$
- Κανόνας $A \rightarrow B$
 $S_0 \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $A \rightarrow b \mid S$
 $B \rightarrow b$
- Κανόνας $A \rightarrow S$
 $S_0 \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $A \rightarrow b \mid ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS$
 $B \rightarrow b$

Μεταγράψουμε όσους κανόνες οδηγούν σε λέξεις με μήκος μεγαλύτερο από δύο εισάγοντας καινούριες μεταβλητές και σχετικούς κανόνες:

$$\begin{aligned} S_0 &\rightarrow AV \mid UB \mid a \mid SA \mid AS \\ S &\rightarrow AV \mid UB \mid a \mid SA \mid AS \\ A &\rightarrow b \mid AV \mid UB \mid a \mid SA \mid AS \\ B &\rightarrow b \\ V &\rightarrow SA \\ U &\rightarrow a \end{aligned}$$

Αυτό ολοκληρώνει τη διαδικασία.

Άσκηση 4

Θεωρήστε την πιο κάτω γραμματική με αλφάβητο το {if, b, then, else, a}:

$$S \rightarrow \text{if } b \text{ then } S \text{ else } S$$

$$S \rightarrow \text{if } b \text{ then } S$$

$$S \rightarrow a$$

(α) Να δείξετε ότι η γραμματική αυτή είναι πολύτροπη.

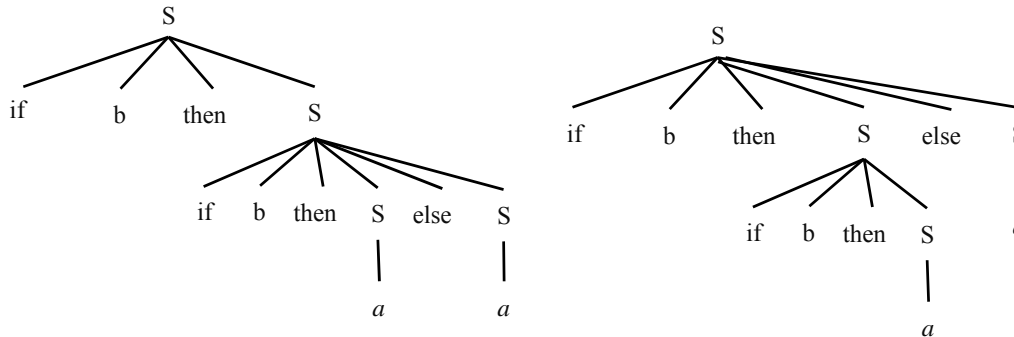
(β) Να προτείνετε αλλαγές στη γραμματική έτσι ώστε να καταστεί μονότροπη.

Λύση

(α) Θεωρήστε τη λέξη

if b then if b then a else a

Η λέξη αυτή παράγεται πολύτροπα από τη δοθείσα γραμματική. Αυτό επιβεβαιώνεται από την ύπαρξη των δύο πιο κάτω συντακτικών δέντρων για δύο διαφορετικές παραγωγές της λέξης.



Σημείωση: Το φαινόμενο της πολυτροπίας είναι ανεπιθύμητο στα πλαίσια των γλωσσών προγραμματισμού. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι οδηγούν σε πολλαπλές ερμηνείες του ίδιου προγράμματος οι οποίες δυνατόν να οδηγήσουν σε διαφορετικές εκτελέσεις.

(β) Υπάρχουν διάφοροι τρόποι για να αποφευχθεί η πολυτροπία στη δοθείσα γραμματική. Η πιο κάτω πρόταση "ταιριάζει" κάθε else με το πιο εσωτερικό if το οποίο δεν διαθέτει ήδη κάποιο else.

```
S      →  Matched | UnMatched
Matched →  if b then Matched else Matched
          |  a
UnMatched → if b then S
           |  if b then Matched else UnMatched
```