

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ

ΕΠΑ 211: Θεωρία Υπολογισμού

Ενδιάμεση Εξέταση

Ημερομηνία : Πέμπτη, 14 Μαρτίου 2019
Διάρκεια : 09.00 – 10.30
Διδάσκουσα : Άννα Φιλίππου

Όνοματεπώνυμο:

Αριθμός Ταυτότητας:

Οδηγίες:

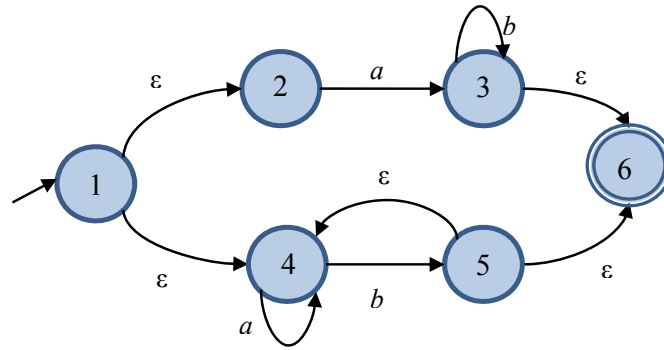
- Να διαβάσετε προσεχτικά και να απαντήσετε σε όλες τις ερωτήσεις. Να γράψετε τις απαντήσεις σας (καθαρά) στον χώρο που σας δίνεται στο εξεταστικό δοκίμιο. Αν χρειάζεστε επιπρόσθετο χώρο μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την τελευταία σελίδα του δοκιμίου. Σε τέτοια περίπτωση δηλώστε καθαρά το σημείο στο οποίο βρίσκεται η συνέχεια της άσκησης. Αν βρεθείτε σε αδιέξοδο εξηγήστε τι προσπαθείτε να κάνετε ώστε, ενδεχομένως, να κερδίσετε κάποιες μονάδες.
- Ο πιο κάτω πίνακας δηλώνει την κατανομή των μονάδων στα θέματα. Το πλήθος των μονάδων δεν αποτελεί μέτρο δυσκολίας: είναι δυνατό δυσκολότερο πρόβλημα να αποφέρει λιγότερες μονάδες.

Καλή Επιτυχία!

Πρόβλημα	Μονάδες	Βαθμός
1	30	
2	50	
3	20	
Σύνολο	100	

Πρόβλημα 1 [35 μονάδες]

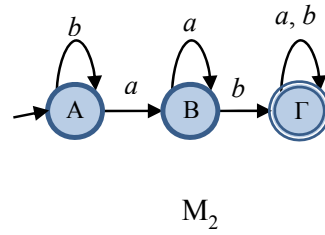
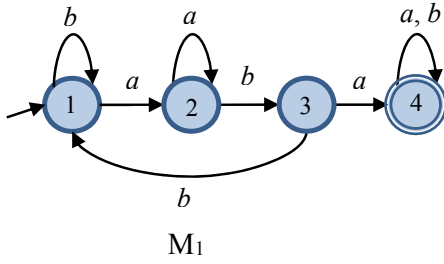
(α) [7 μονάδες] Θεωρήστε το πιο κάτω μη ντετερμινιστικό αυτόματο.



Να παρουσιάσετε το αυτόματο με τον τυπικό του ορισμό θεωρώντας ότι το αλφάβητό του είναι το σύνολο $\{a,b\}$. Να δείξετε ότι το αυτόματο αποδέχεται τη λέξη $baabb$ παρουσιάζοντας τη σχετική ακολουθία καταστάσεων που οδηγεί σε αποδοχή.

(β) [13 μονάδες] Να μετατρέψετε το NFA αυτόματο από το μέρος (α) σε ένα ισοδύναμο ντετερμινιστικό αυτόματο (DFA) χρησιμοποιώντας την κατασκευή που μελετήσαμε στο μάθημα.

(γ) [12 μονάδες] Να κατασκευάσετε αυτόματο που να αποδέχεται τη γλώσσα $A - B$ όπου A η γλώσσα του αυτομάτου M_1 και B η γλώσσα του αυτομάτου M_2 , τα οποία φαίνονται πιο κάτω.



(δ) [3 μονάδες] Με βάση το αυτόματο που κατασκευάσατε στο σκέλος (γ), να αποφασίσετε κατά πόσο οι γλώσσες A και B ικανοποιούν τη σχέση $A \subseteq B$.

Πρόβλημα 2 [45 μονάδες]

Θεωρήστε τη γλώσσα

$$L = \{ x\#yx^Rz \mid x, y \in \{a,b\}^* \text{ και } z \in \{a,b\}^+ \}$$

Για παράδειγμα, οι λέξεις $abb\#abb\bar{a}a$, και $\bar{a}a\#\bar{a}a\bar{b}a$ ανήκουν στη γλώσσα, ενώ οι λέξεις $\#aa\#aa$, $aa\#aa$ και $ab\#bba$ δεν ανήκουν στη γλώσσα.

[Υπενθύμιση: Για κάθε λέξη $w = a_1a_2 \dots a_n$, η λέξη w^R είναι η λέξη που προκύπτει όταν αναστρέψουμε τη σειρά των συμβόλων της, δηλαδή, $w^R = a_n \dots a_2a_1$.]

(α) **[15 μονάδες]** Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L δεν είναι κανονική συμπληρώνοντας κατάλληλα τα κενά στην πιο κάτω ελλιπή απόδειξη:

Υποθέτουμε για να φτάσουμε σε αντίφαση ότι η L είναι κανονική. Από το Λήμμα της Άντλησης, συνεπάγεται ότι υπάρχει ακέραιος p , το μήκος άντλησης της γλώσσας, τέτοιος ώστε κάθε λέξη $w \in L$, με μήκος $|w| \geq p$, μπορεί να γραφτεί ως $w = xyz$ έτσι ώστε (i) $|xy| \leq p$, (ii) $|y| > 0$ και (iii) για κάθε ακέραιο $i \geq 0$, η λέξη $xy^iz \in L$.

Επιλέγουμε τη λέξη $w =$ _____ .

Προφανώς $|w| =$ _____ $\geq p$.

Από τις συνθήκες (i) και (ii) έπεται ότι

$x =$ _____ ,

$y =$ _____ ,

$z =$ _____ ,

όπου _____ .

Επιλέγουμε $i =$ _____ .

Τότε $xy^iz =$ _____ .

Παρατηρούμε ότι _____

Αυτό μας οδηγεί σε αντίφαση και επομένως η γλώσσα L είναι μη κανονική.

(β) [15 μονάδες] Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L είναι ασυμφραστική επιδεικνύοντας ασυμφραστική γραμματική που να την παράγει. Να εξηγήσετε τη λειτουργία της γραμματικής σας άτυπα αλλά με σαφήνεια.

(γ) [15 μονάδες] Να αποδείξετε ότι η γλώσσα L είναι ασυμφραστική επιδεικνύοντας ένα αυτόματο στοιβάς που να την αναγνωρίζει.

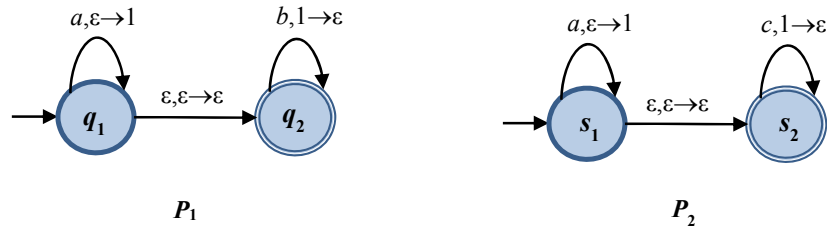
Να κτίσετε το αυτόματο κατευθείαν και όχι μέσω μετατροπής της ασυμφραστικής γραμματικής από το σκέλος (β).

Πρόβλημα 3 [20 μονάδες]

Έστω δύο γλώσσες A και B . Όπως γνωρίζουμε, η συναρμογή των δύο γλωσσών, AB , ορίζεται ως η πιο κάτω γλώσσα:

$$AB = \{ xy \mid x \in A, y \in B \}$$

(α) Θεωρήστε τα πιο κάτω αυτόματα στοίβας P_1 και P_2 .



(i) [4 μονάδες] Να περιγράψετε με σαφήνεια τη γλώσσα του κάθε αυτομάτου.

(ii) [8 μονάδες] Συνδυάζοντας κατάλληλα τα αυτόματα στοίβας P_1 και P_2 , να παρουσιάσετε αυτόματο στοίβας P το οποίο να αποδέχεται τη γλώσσα L_1L_2 , όπου L_1 η γλώσσα του αυτομάτου P_1 και L_2 η γλώσσα του αυτομάτου P_2 .

(β) **[8 μονάδες]** Γενικεύστε τις παρατηρήσεις σας από το μέρος (α) για να επιχειρηματολογήσετε ότι αν δύο γλώσσες A και B είναι ασυμφραστικές τότε η γλώσσα AB είναι ασυμφραστική.

ΕΠΠΡΟΣΘΕΤΟΣ ΧΩΡΟΣ